

Fonction exponentielle

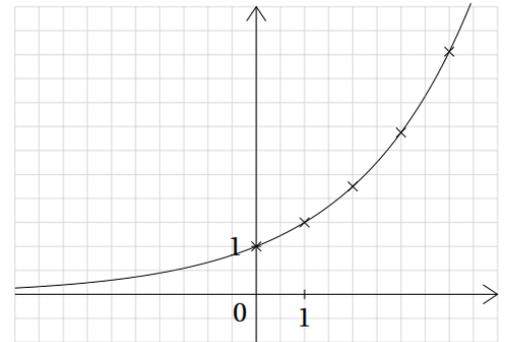
I Définitions

Définition :

Soit a un nombre réel strictement positif. Définie pour $x \in \mathbb{R}$, on appelle $f(x)$ une **fonction exponentielle de base a** tel que $f(x) = a^x$

Exemple : Ci-contre, la représentation graphique de la fonction $f(x) = 1,5^x$

Pour la tracer, un tableau de valeurs a été réalisé.



Propriété :

La fonction exponentielle de base a est une fonction dérivable sur \mathbb{R} et donc continue sur \mathbb{R} .

Cette fonction est également positive sur \mathbb{R} .

Application : Exercice 1

II Variations

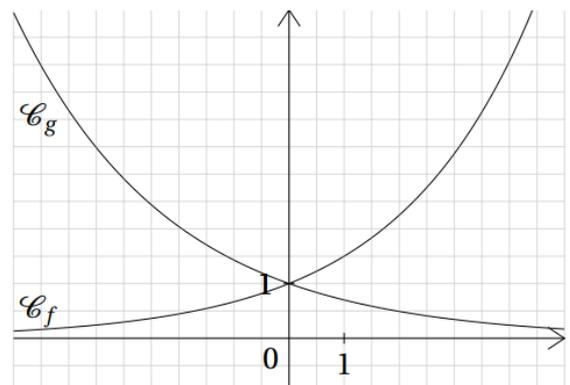
Propriété :

Une fonction exponentielle de base a avec a strictement positif est :

- strictement croissante sur \mathbb{R} si $q > 1$
- strictement décroissante sur \mathbb{R} si $0 < q < 1$
- constante égale à 1 sur \mathbb{R} si $q = 1$

Exemple : Ci-contre, les fonctions $f(x) = 1,5^x$ et $g(x) = 0,7^x$ sont représentées.

Application : Exercice 2



III Propriétés

Propriété :

$$- a^0 = 1 \text{ et } a^1 = a$$

$$- a^x \times a^y = a^{x+y}$$

$$- \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$$

$$- a^{-x} = \frac{1}{a^x}$$

$$- (a^x)^n = a^{xn}, \text{ avec } n \text{ entier positif}$$

Application : Exercice 3

IV Taux d'évolution moyen

Propriété :

t étant le taux d'évolution global pendant une certaine période, le **taux moyen d'évolution équivalent** t_m pendant une période n fois plus courte est défini par la relation :

$$1 + t_m = (1 + t)^{\frac{1}{n}}$$

Exemple : Le chiffre d'affaires d'une start-up est passé en un an de 100 000 € à 129 960 €, soit un taux annuel d'évolution de 29,96 %.

Avec des évolutions successives sur 12 mois, on cherche t_m tel que $100000(1 + t_m)^{12} = 129960$, c'est-à-dire :

$$(1 + t_m)^{12} = 1,2996 \Leftrightarrow (1 + t_m) = 1,2996^{\frac{1}{12}} \Leftrightarrow (1 + t_m) \approx 1,002208 \Leftrightarrow t_m \approx 0,02208$$

Le taux mensuel 2,208 % est équivalent au taux annuel 29,96 %.

Application : Exercice 4