# Notion de vecteur

## I Translation

**Définitions : Caractéristiques**

Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est caractérisé par sa <u>norme</u> (la longueur AB), sa <u>direction</u> (inclinaison de la droite (AB)) et son <u>sens</u> (de A vers B). Il définit la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transformant A en B.

Le point A est <u>l'origine</u> du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et le point B en est <u>l'extrémité</u>.

<u>Remarque</u> : Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est appelé vecteur nul. On note $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

**Définition : égalité**

L'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ signifie que la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ transforme le point C en D. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont alors la même direction, le même sens et la même norme.

**Définition : milieu**

I est le milieu du segment [AB] si et seulement si $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$

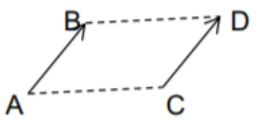

**Définition : opposés**

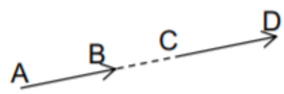
L'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur noté $-\overrightarrow{AB}$. Ils ont la même direction, la même norme mais sont de sens contraires.

**Propriété :**

Soient A, B, C et D quatre points deux à deux distincts.

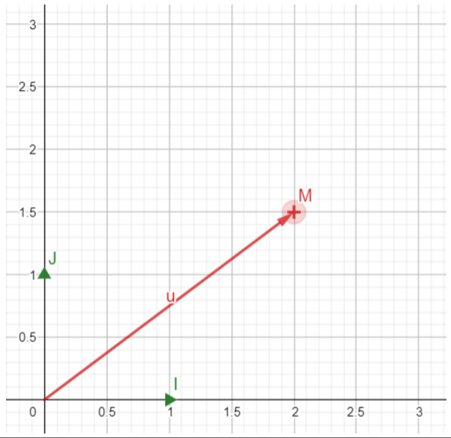
Dire que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux revient à dire que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme (éventuellement aplati).




<u>Applications</u> : Exercices 1 et 2

# II Coordonnées




Définition

Dans un repère $(O\,;\,I\,;J)$, les **coordonnées du vecteur $\vec{u}$**

sont les coordonnées de l'unique point M tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$

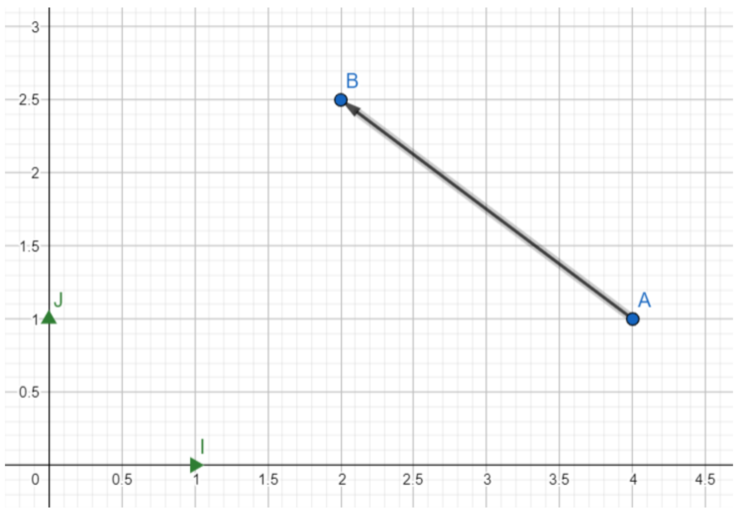
Remarques :

- Si $\overrightarrow{OI} = \vec{\imath}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{\jmath}$ alors le repère $(O\,;I\,;J)$ devient le repère $(O\,;\,\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath})$
- Si $\vec{u}\binom{x}{y}$ alors $\vec{u} = x\overrightarrow{OI} + y\overrightarrow{OJ}$ ou $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$

Propriétés

- Dans un repère, si $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\overrightarrow{AB}\binom{x_B - x_A}{y_B - y_A}$. On écrit aussi $\overrightarrow{AB}\,(x_B - x_A\,;\,y_B - y_A)$

- Deux vecteurs sont égaux si et seulement si, ils ont les mêmes coordonnées.




Exemple :

Soit les points A(4 ; 1) et B(2 ; 2,5)

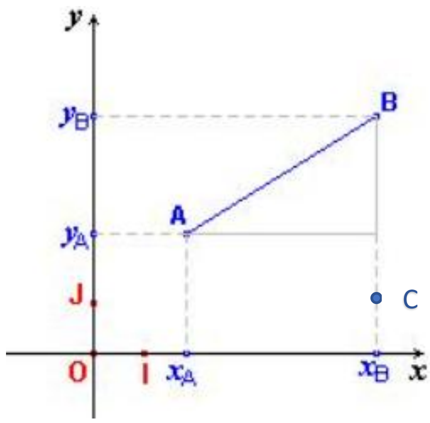
Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont

alors $\overrightarrow{AB}\binom{2-4}{2{,}5-1} \rightarrow \overrightarrow{AB}\binom{-2}{1{,}5}$

Applications : Exercices 3 et 4

# III Norme

Démonstration




Soient deux points $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$. On construit le point $C$

tel que ABC soit un triangle rectangle en C.

On cherche la valeur de la longueur AB

D'après le théorème de Pythagore,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

Définition

Soient deux points $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\,;\ \vec{\jmath})$

alors $\boldsymbol{AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$

## IV Coordonnées du milieu

Définition :

Soient trois points $A(x_A\ ;\ y_A)$, $B(x_B\ ;\ y_B)$ et $M(x_M\ ;\ y_M)$ dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{\imath}\,;\ \vec{\jmath})$.

M est le milieu de [AB] et a pour coordonnées :

$\boldsymbol{x_M = \frac{x_A+x_B}{2}}$ ***et*** $\boldsymbol{y_M = \frac{y_A+y_B}{2}}$