

LES SUITES (Exercices)

Exercice 1

Pour chacune des trois situations suivantes, indiquer :

- La nature (arithmétique ou géométrique)
- Le premier terme (U_0)
- La raison
- Le sens de variation de la suite (U_n)
- L'expression de U_n en fonction de n .

Situation 1 : On injecte 8 cm^3 d'un produit calmant à un malade. À chaque heure, 10% du produit présent dans l'organisme est éliminé. On note U_n le volume, exprimé en cm^3 , du produit calmant présent dans l'organisme du malade n heures après l'injection.

Situation 2 : Un cycliste reprend l'entraînement après une période d'interruption due à une blessure ; il prévoit d'effectuer 80 km le premier jour puis de parcourir chaque jour 10 km de plus que la veille. On note U_n la distance, exprimée en kilomètres, parcourue par le cycliste lors de son n -ième jour d'entraînement.

Situation 3 : Un salarié se voit proposer le contrat d'embauche suivant : le salaire annuel s'élève à 24000 € lors de la première année et augmentera chaque année de 3%. On note U_n le salaire annuel, en euros, que percevra le salarié lors de sa n -ième année de contrat.

Exercice 2

Une famille souhaite louer une maison plus grande que celle qu'elle occupe actuellement. Dans sa recherche, elle trouve deux offres similaires en termes de prestations (nombre de chambres, surface...) mais qui comportent des différences dans le mode de location :

- Offre n°1 : le loyer initial est de 12000 € la première année avec une augmentation forfaitaire de 250 € chaque année.
- Offre n°2 : le loyer initial est de 12000 € la première année avec une augmentation forfaitaire de $1,9\%$ chaque année.

On considère la suite (U_n) représentative de l'offre n°1 avec $U_1 = 12000$.

De même, la suite (V_n) est représentative de l'offre n°2 avec $V_1 = 12000$

La famille veut louer cette maison pendant 7 ans

1/ Exprimer U_n et V_n en fonction de n .

2/ Calculer U_7 avec les deux offres

3/ Au bout de combien d'année l'offre n°2 sera-t-elle la plus intéressante ?

Exercice 3

Le but est de comparer l'évolution de la population de deux quartiers d'une même ville : le quartier Uranus et le quartier Saturne.

En 2010, Uranus compte 2 000 habitants et Saturne en compte 2 700. On fait l'hypothèse que, chaque année, la population d'Uranus augmente de 250 habitants et celle de Saturne augmente de 4 %.

On note U_0 la population d'Uranus en 2010, U_1 sa population en 2011 et plus généralement U_n sa population en l'an 2010 + n .

De même, on note S_0 la population de Saturne en 2010, S_1 sa population en 2011 et plus généralement S_n sa population en l'an 2010 + n .

1/ Quelle est la nature de la suite (U_n) ? Justifier.

2/ Démontrer que la suite (S_n) est géométrique de raison 1,04.

3/ Afin de prévoir l'évolution de la population de ces deux quartiers, on a réalisé ci-contre une feuille de calcul. (Les valeurs ont été arrondies à l'unité).

a/ Indiquer la formule saisie en C3 qui, copiée vers le bas, permet d'obtenir les termes consécutifs de la suite (S_n) dans la colonne C.

b/ Compléter les colonnes B et C.

c/ D'après cette feuille de calcul, en quelle année la population d'Uranus dépassera-t-elle pour la première fois celle de Saturne ?

	A	B	C
1	n	u_n	s_n
2	0	2 000	2 700
3	1	2 250	2 808
4	2	2 500	2 920
5	3	2 750	3 037
6	4	3 000	3 159
7	5		
8	6		
9	7		
10	8		

Exercice 4

On se propose de comparer le montant des loyers de deux locaux commerciaux, notés 1 et 2, de même superficie, dans une même ville moyenne, pour un bail de 9 ans.

A. Etude du montant du loyer du local 1

	A	B	C	D	E	F
1	Local 1	6 156,00 €	6 156,00 €	Local 2	6 000,00 €	
2		6 300,00 €				
3		6 444,00 €				
4		6 588,00 €				
5		6 732,00 €				
6		6 876,00 €				
7		7 020,00 €				
8		7 164,00 €				
9		7 308,00 €				
10						
11		Total				Total

1/ Reproduire la feuille de calcul ci-dessus donnant, en colonne B, le montant annuel du local 1 de 2015, la première année, à 2023, la neuvième année.

Les colonnes B, C, E et F sont au format monétaire à deux décimales.

2/ Calculer, en cellule B12, la somme de ces 9 loyers annuels.

On note U_n le montant du loyer annuel, en euros, du local 1 en 2014 + n .

3/ Déterminer la nature de la suite (U_n) et préciser sa raison.

4/ Exprimer U_n en fonction de n .

5/ Quelle formule entrée en C2 et recopiée vers le bas, permet d'obtenir les nombres U_2, U_3, \dots, U_9 ?

B. Etude du montant du loyer du local 2

On note V_n le montant du loyer annuel, en euros, du local 2 en 2014 + n .

Pour 2015, le loyer annuel s'élève à 6 000 €. Chaque année, le montant de ce loyer augmente de 2,7 %.

1/ Exprimer V_{n+1} en fonction de V_n .

2/ En déduire la nature de la suite et préciser sa raison.

3/ Exprimer V_n en fonction de n .

4/ Quelle formule, entrée en E2 et recopiée vers le bas, permet d'obtenir les nombres V_2, V_3, \dots, V_9 ?

5/ Calculer en F12 la somme de ces 9 loyers annuels.

6/ Indiquer quelle formule entrée en F13 permet de retrouver la somme des 9 loyers annuels pour le local 2.

C. Comparaison des deux formules de location

1/ En quelle année le loyer annuel du local 2 devient-il supérieur à celui du local 1 ?

2/ Quelle est la proposition la plus avantageuse pour le locataire pour la période de 9 ans ?

3/ Déterminer par le calcul à partir de quelle valeur entière de n on a $U_n \geq 11\,000$.

4/ Vérifier le résultat en prolongeant les valeurs de U_n dans la colonne C.

5/ En prolongeant les valeurs de V_n dans la colonne E, déterminer à partir de quelle valeur entière de n on a $V_n \geq 11\,000$.

Exercice 5

Un libraire décide de comparer ses ventes de livres dans deux collections différentes A et B. Il remarque que, chaque mois, ses ventes de livres de la collection A augmentent de 30 livres et que ses ventes de la collection B augmentent de 20%.

On note U_n le nombre de livres de la collection A vendus n mois après le début de l'étude.

On note V_n le nombre de livres de la collection B vendus n mois après le début de l'étude.

L'étude débute le 1^{er} janvier. Il a été vendu 120 livres de la collection A et 50 de la collection B. On pose donc $U_0 = 120$ et $V_0 = 50$.

Partie A : Etude de la suite (U_n)

1/ Calculer U_1 et U_2

2/ Donner U_{n+1} en fonction de U_n . Préciser la nature de la suite (U_n) .

3/ Exprimer U_n en fonction de n .

4/ Le tableau suivant est extrait d'une feuille de calcul. Quelle formule, inscrite en B_3 , puis recopiée vers le bas, permet de calculer les termes de la suite (U_n) ?

Partie B : Etude de la suite (V_n)

1/ Calculer V_1 et V_2

2/ Donner V_{n+1} en fonction de V_n . Préciser la nature de la suite (V_n) .

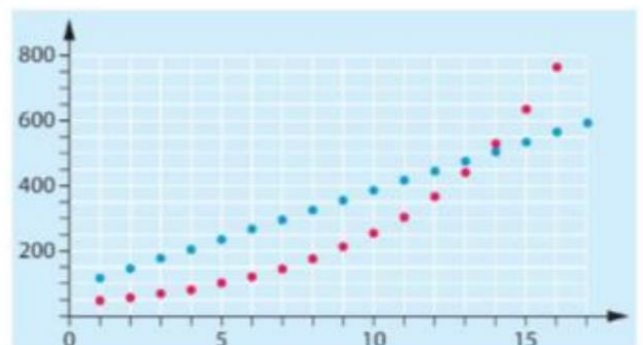
3/ Exprimer V_n en fonction de n .

4/ Quelle formule, inscrite en C_3 , puis recopiée vers le bas, permet de calculer les termes de la suite (V_n) ?

	A	B	C
1	Nombre n de mois après le début de l'étude	Collection A	Collection B
2	0	120	50
3	1	150	60
4	2	180	72
5	3	210	86
6	4	240	103
7	5	270	124
8	6	300	149
9	7	330	179
10	8	360	215
11	9	390	258
12	10	420	310
13	11	450	372
14	12	480	372
15	13	510	535
16	14	540	642
17	15	570	770

Partie C : Comparaison des deux évolutions

Sur la figure ci-dessous, on donne les représentations graphiques de la suite (U_n) (en bleu) et de la suite (V_n) (en rouge).



1/ A quel type de fonction correspond la suite (U_n) ?

2/ A quel type de fonction correspond la suite (V_n) ?

3/ A partir de quel mois les ventes de la collection B seront-elles plus importantes que les ventes de la collection A ?

Exercice 6

En 2006, une personne place un capital $C_0 = 1\,000$ € à $t = 3\%$ d'intérêts simples annuels cette personne ne touche plus à son compte par la suite.

1/ Calculer les intérêts « I » annuels en euros.

2/ Soit C_n le montant du compte l'année 2006 + n

a/ Calculer C_1, C_2, C_3 et C_{10}

b/ Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n et préciser la nature de la suite, le 1^{er} terme et la raison.

c/ Exprimer C_n en fonction de n .

d/ Déterminer l'année à partir de laquelle le capital aura doublé.

e/ Calculer le capital à placer pour avoir 2 000 € après 10 ans avec $t = 3\%$

f/ Calculer le taux t pour avoir 2 000 € en 10 ans avec un capital initial de 1 000 €

Exercice 7

En 2000, une entreprise compte 4 000 employés. Une étude montre que d'une année sur l'autre, 10% de l'effectif part à la retraite. Pour tenter de compenser la perte, l'entreprise embauche 200 jeunes chaque année. Pour tout entier n on appelle U_n le nombre d'employés l'année 2000 + n .

1/ Calculer U_0, U_1 et U_2

2/ Montrer que $U_{n+1} = 0,9U_n + 200$

3/ Cette suite est-elle arithmétique ? Cette suite est-elle géométrique ?

On pose $V_n = U_n - 2000$

4/ Déterminer V_0, V_1 et V_2

5/ Montrer que V_n est une suite géométrique

6/ En déduire V_n en fonction de n .

7/ En déduire U_n en fonction de n .

8/ En déduire quel sera l'effectif de l'entreprise le 1^{er} janvier de l'année 2020.

9/ En déduire la limite de la suite U_n . Comment l'interpréter ?

Exercice 8

Un centre aéré, ouvert tous les mercredis après-midi à partir du 1^{er} septembre, propose aux enfants de s'inscrire chaque semaine à une activité. L'une de ces activités est la natation.

Une étude effectuée sur l'année scolaire 2009/2010 montre que d'une semaine sur l'autre 5% des enfants ne se réinscrivent pas à la natation, alors que dans le même temps 10 nouveaux enfants s'y inscrivent.

Le directeur se base sur les résultats de l'année scolaire 2009/2010 pour prévoir l'évolution des inscriptions pour l'année scolaire 2010/2011.

La première semaine de l'année scolaire 2010/2011, 80 enfants se sont inscrits à la natation. On note U_0 le nombre initial d'enfants inscrits à la natation, ainsi $U_0 = 80$.

Pour tout entier naturel n , on note U_n le nombre d'enfants inscrits à la natation au bout de n semaines.

1/ Montrer que $U_1 = 86$

2/ Pour tout entier naturel n , exprimer U_{n+1} en fonction de U_n

3/ Pour tout entier naturel n , on pose $V_n = U_n - 200$.

a/ Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b/ Pour tout entier naturel n , exprimer V_n en fonction de n .

c/ En déduire que, pour tout entier naturel, on a $U_n = 200 - 120 \times 0,95^n$

Les questions suivantes peuvent être traitées indépendamment les unes des autres et à l'aide d'un tableur.

4/ Le nombre d'inscriptions à la natation pourra-t-il atteindre 201 ?

5/ Après combien de semaines, le contexte restant le même, le nombre d'enfants dépassera-t-il 150 ?

Exercice 9

Un personne décide d'arrêter de fumer. Ce mois-ci, elle a dépensé 430 € en tabac, et elle diminue chaque mois cette dépense de 5%.

Soit V_n la dépense en tabac le $n^{\text{ième}}$ mois avec $V_1 = 430$

1/ Donner les valeurs de V_2 et V_3 .

2/ Calculer la somme totale dépensée pour les 5 prochaines années.