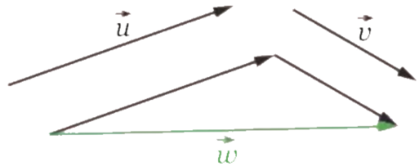
# Vecteurs (2ème partie)

## I Somme et produit de vecteurs

### 1 - Somme de vecteurs

Définition :

La translation de vecteur $\vec{u}$ suivie de la translation de vecteur $\vec{v}$ est une translation de vecteur $\vec{w}$ défini par $\vec{u}+\vec{v}=\vec{w}$.

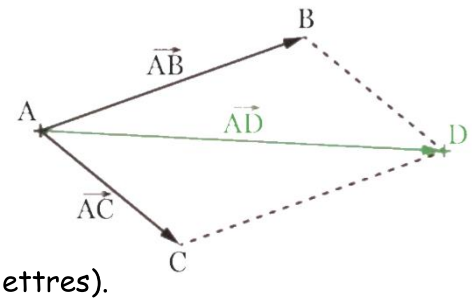



Propriétés :

Pour tous points du plan $A, B, C$ et $D$, on a :

1/ La **relation de Chasles** : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}$

2/ La **propriété du parallélogramme** : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ si, et seulement si ABDC est un parallélogramme (attention à l'ordre des lettres).




<u>Remarque</u> :

Soit 3 vecteurs du plan $\vec{r}, \vec{s}$ et $\vec{t}$

On admet comme règles de calcul vectoriel que :

- $\vec{r}+\vec{s}=\vec{s}+\vec{r}$
- $(\vec{r}+\vec{s})+\vec{t}=\vec{r}+(\vec{s}+\vec{t})$

<u>Application</u> : Exercice 1

Propriétés :

**Coordonnées d'une somme**

Soient $\vec{r}\binom{x}{y}$ et $\vec{s}\binom{x'}{y'}$ deux vecteurs d'un repère du plan.

Les coordonnées de $\vec{r}+\vec{s}$ sont alors $\binom{x+x'}{y+y'}$

<u>Application</u> : Exercice 2

### 2- Produit d'un vecteur par un réel

Propriétés :

Soient $\lambda$ un nombre réel et $\vec{u}$ un vecteur de coordonnées $\vec{u}\binom{x}{y}$

Les coordonnées de $\lambda\vec{u}$ sont alors $\binom{\lambda x}{\lambda y}$

De plus,

- si $\lambda > 0$, alors $\vec{u}$ et $\lambda\vec{u}$ sont de même direction et de même sens.

- si $\lambda < 0$, alors $\vec{u}$ et $\lambda\vec{u}$ sont de même direction et de sens contraire.

- si $\lambda = 0$, alors $\lambda\vec{u}$ est le vecteur nul.

Exemple : Soit $\vec{u}$ le vecteur de coordonnées $\binom{4}{-1}$ et $\vec{v} = -2\vec{u}$.

$\vec{v}$ a pour coordonnées $\binom{-2\times 4}{-2\times(-1)} = \binom{-8}{-2}$.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont donc de même direction mais de sens contraire.

Remarque :

Pour tous réels $k$ et $k'$ :

- $k(\vec{u}+\vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
- $(k+k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$
- $k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u}$

Application : Exercice 3

## II Colinéarité de vecteurs

### 1 - Définitions

Définitions :

- Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont **colinéaires** lorsqu'il existe un nombre réel $\lambda$ non nul tel que $\vec{u} = \lambda\vec{v}$.

- L'homothétie de centre $A$ et de rapport $\lambda \neq 0$ transforme le point $M$ en $M'$ tel que $\overrightarrow{AM'} = \lambda\overrightarrow{AM}$

Propriété :

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ non nuls sont **colinéaires** si, et seulement si, leurs coordonnées sont proportionnelles.

Application : Exercice 4

## 2- Déterminant de deux vecteurs

Définition :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de coordonnées respectives $\binom{x}{y}$ et $\binom{x'}{y'}$.

Le **déterminant** de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le réel $xy' - yx'$. On le note $\det(\vec{u}\,;\,\vec{v})$.

Propriété :

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si, et seulement si, le déterminant est nul.

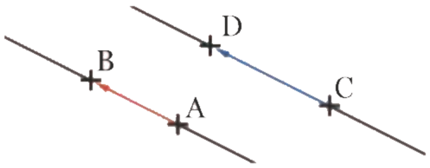
Exemple : $\vec{u}\binom{-9}{24}$ et $\vec{v}\binom{6}{-16}$ sont colinéaires car $\det(\vec{u}\,;\,\vec{v}) = -9 \times (-16) - 24 \times 6 = 144 - 144 = 0$

Application : Exercice 5

## 3- Parallélisme

Propriété :

Les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.




Remarque : Si les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles, alors $\det(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{CD}) = 0$. La réciproque est également vraie.

Propriété :

Soient A, B, et C trois points distincts deux à deux.

Les points A, B, et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Application : Exercices 6 et 7