Fonctions de référence

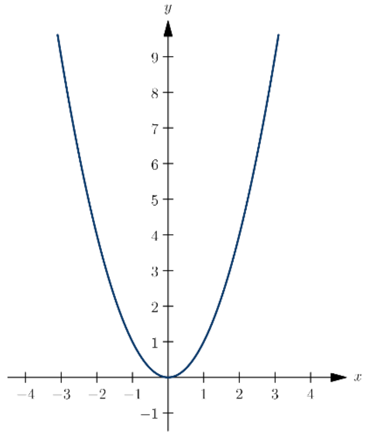
I Fonction carrée et racine carrée

1- Fonction carrée

Définition :

La fonction carrée est la fonction qui, à tout réel x, associe le réel x^2.

Sa courbe représentative est une **parabole**.



Propriétés :

1/ Pour tout réel x, $x^2 \geq 0$

2/ La fonction carrée est paire

3/ La fonction carrée est strictement décroissante sur

$]-\infty\,;0]$ et strictement croissante sur $[0\,;\,+\infty[$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) = x^2$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

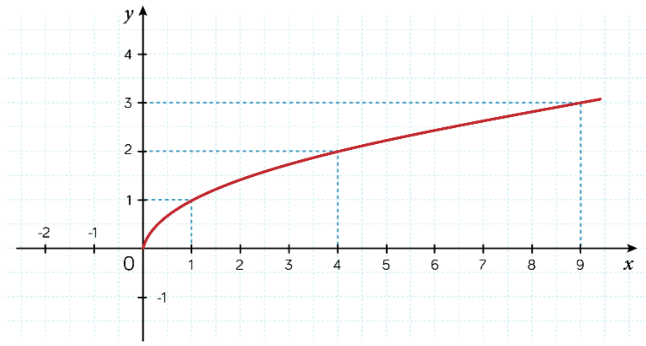
Application : Exercice 1

2- Fonction racine carrée

Définition :

Pour tout réel positif x, la **racine carrée** de x est le nombre positif, noté $\sqrt{x}$, tel que $(\sqrt{x})^2 = x$.

La fonction **racine carrée** est la fonction qui, à tout réel positif x, associe le réel $\sqrt{x}$.



Propriétés :

1/ $\sqrt{0} = 0$ et pour tout $x > 0$, $\sqrt{x} > 0$.

2/ La fonction racine carrée est strictement croissante sur $[0\,;\,+\infty[$.

3/ Pour tous réels positifs a et b, $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

De plus, avec $b \neq 0$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

x	0		$+\infty$
$\sqrt{x}$	0	↗	$+\infty$

<u>Application</u> : Exercice 2

<u>II Fonctions inverse et cube</u>

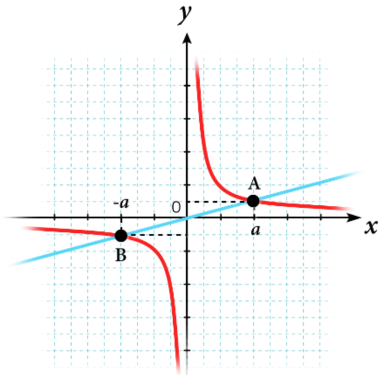
1- <u>Fonction inverse</u>

Définition :

La **fonction inverse** est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ qui,

pour tout x différent de 0, associe son inverse $\frac{1}{x}$

Sa courbe représentative est une **hyperbole**.



Propriétés :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\frac{1}{x}$		↘	‖	↘	

1/ La fonction inverse est impaire

2/ La fonction inverse ne s'annule pas sur son ensemble de définition.

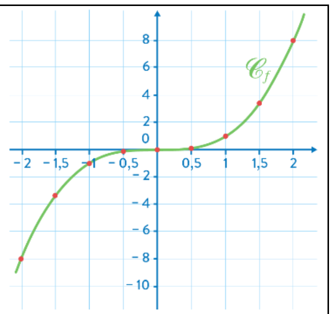
3/ La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty\,;0[$ et strictement décroissante sur $]0\,;\,+\infty[$.

<u>Application</u> : Exercice 3

2- <u>Fonction cube</u>

Définition :

La fonction cube est la fonction qui à tout réel x, associe le réel x^3



Propriétés :

1/ La fonction cube est impaire

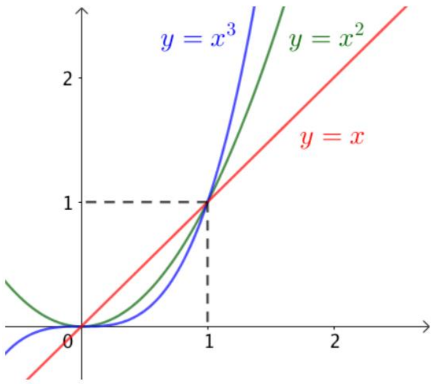
2/ La fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
Variations de x^3	0 ↗

Application : Exercice 4

III Positions relatives des courbes

Positions relatives des courbes d'équations : $y = x$; $y = x^2$; $y = x^3$



Propriété :

Pour des valeurs positives de x, on a :

- Si $x \geq 1$ alors la courbe d'équation $y = x^3$ se trouve au-dessus de la courbe d'équation $y = x^2$, elle-même au-dessus de la courbe d'équation $y = x$.

- Si $0 \leq x \leq 1$, alors l'ordre s'inverse.

Démonstration :

1/ Soit $x \in]0\,;1[$

On sait que $x^3 - x^2 = x^2(x-1)$ et que $x < 1$ Donc $x < 1 \Leftrightarrow x - 1 < 0 \Leftrightarrow x^2(x-1) < 0$. Or, $x^2 > 0$ Donc $x^2(x-1) < 0 < x^2 \Leftrightarrow x^3 < x^2$	On sait que $x^2 - x = x(x-1)$ et que $x < 1$ Donc $x < 1 \Leftrightarrow x - 1 < 0 \Leftrightarrow x(x-1) < 0$. Or, $x > 0$ Donc $x(x-1) < 0 < x \Leftrightarrow x^2 < x$

2/ Soit $x > 1$

On sait que $x^3 - x^2 = x^2(x-1)$ et que $x > 1$ Donc $x > 1 \Leftrightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x^2(x-1) > 0$. Or, $x^2 > 0$ Donc $x^2(x-1) > x^2 > 0 \Leftrightarrow x^3 > x^2$	On sait que $x^2 - x = x(x-1)$ et que $x > 1$ Donc $x > 1 \Leftrightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x(x-1) > 0$. Or, $x > 0$ Donc $x(x-1) > x > 0 \Leftrightarrow x^2 > x$

3/ $0 = 0^2 = 0^3$ et $1 = 1^2 = 1^3$