

# Calcul des propositions et des prédicats

## (Exercices)

### Exercice 1

1/ Etablir la table de vérité de chacune des propositions suivantes :

$$a/ (P \Rightarrow Q) \Rightarrow R$$

$$b/ P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$$

2/ Ces deux propositions sont-elles équivalentes ?

### Exercice 2

1/ Etablir la table de vérité de chacune des propositions suivantes :

$$a/ (P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow R$$

$$b/ P \Leftrightarrow (Q \Leftrightarrow R)$$

2/ Ces deux propositions sont-elles équivalentes ?

### Exercice 3

Grâce aux tables de vérité des connecteurs concernés, démontrer que  $P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

### Exercice 4

1/ Déterminer une proposition équivalente à  $P \wedge Q$  qui ne comporte que les connecteurs  $\neg$  et  $\vee$ .

2/ Ecrire une proposition équivalente à  $P \Rightarrow Q$  qui ne comporte que les connecteurs  $\neg$  et  $\vee$ .

3/ En déduire une proposition équivalente à  $P \Leftrightarrow Q$  qui ne comporte que les connecteurs  $\neg$  et  $\vee$ .

### Exercice 5

Pour faire un gâteau quatre-quarts, on a besoin d'œufs, de farine, de sucre et de beurre.

Soit les deux propositions : **P** « faire un quatre-quarts » et **Q** « utiliser des œufs »

1/ Peut-on écrire  $P \Rightarrow Q$  ou bien  $Q \Rightarrow P$  ?

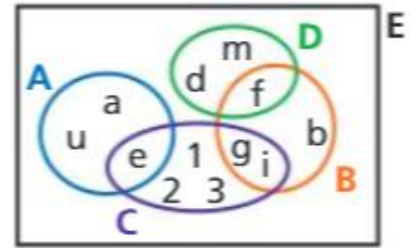
2/ Vérifier que  $P \Rightarrow Q$  équivaut à  $\neg P \Rightarrow \neg Q$  en dressant une table de vérité.

## Exercice 6

La variable  $\Omega$  est un des sous-ensembles A, B, C ou D de l'ensemble E ci-contre. On note  $p(x)$  : « x est une voyelle »

1/ La proposition suivante est-elle vraie ou fausse :  $\exists \Omega, \forall x \in \Omega, p(x)$

2/ Montrer que  $\forall \Omega, \exists x \in \Omega, p(x)$  est faux.



## Exercice 7

Dans une entreprise, on s'intéresse à deux caractères des salariés.

On code x un salarié, A l'ensemble des cadres et B l'ensemble des salariés dont le salaire brut est supérieur à 25 000 € annuel.

On définit les deux propositions :

- $p(x)$  « être cadre »
- $q(x)$  « avoir un salaire brut supérieur à 25 000 € annuel »

Aurore rend **Vrai** ces deux propositions.

1/ Traduire en phrase chaque proposition :

$$a/ \forall x \in B, p(x) \quad b/ \exists x \in A, q(x)$$

2/ Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses :

$$a/ \exists x \in A, q(x) \quad b/ \exists x \in A, q(x) \vee p(x)$$

## Exercice 8

1/a/ Traduire en écriture symbolique la proposition suivante et déterminer sa valeur de vérité :

« Il existe un nombre entier naturel inférieur ou égal à tout nombre entier naturel. »

1/b/ Ecrire en écriture symbolique, puis en une phrase en français, la négation de cette proposition.

2/a/ Traduire en écriture symbolique la proposition suivante :

« Il existe un nombre entier naturel supérieur ou égal à tout nombre entier naturel. »

2/b/ Ecrire en écriture symbolique, puis en une phrase en français, la négation de cette proposition.

2/c/ Quelle est la valeur de vérité de cette négation ?