# Equations de droite

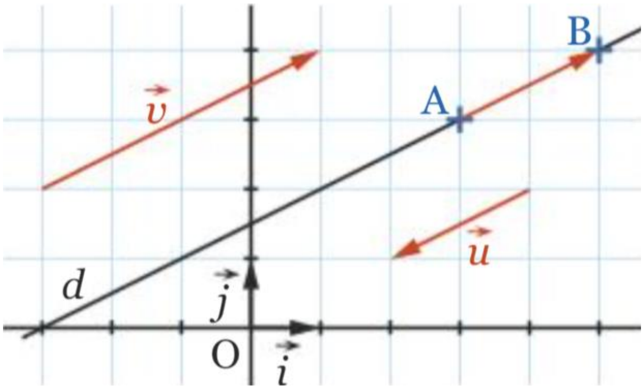
## I Vecteurs directeurs et équations cartésiennes

### 1- Vecteur directeur d'une droite

Définition :

On appelle **vecteur directeur** d'une droite $d$ tout représentant du vecteur $\overrightarrow{AB}$ où A et B sont deux points quelconques et distincts de la droite $d$.

Dans l'image ci-contre, les vecteurs $\overrightarrow{AB}\,(2\,;1), \vec{u}(-2\,;\,-1)$ $et$ $\vec{v}(4\,;2)$ sont des vecteurs directeurs de la droite $d$.




Remarque : Deux droites parallèles ont le même vecteur directeur.

Application : Exercice 1

### 2- Equation cartésienne de droite

Théorème :

Dans un repère orthonormé, les coordonnées de l'ensemble des points $M(x\,;y)$ d'une droite vérifient une relation $ax + by + c = 0$, où $a, b$ $et$ $c$ sont des nombres réels.

Définition :

La relation $ax + by + c = 0$ s'appelle **équation cartésienne** de la droite $d$.

Propriété :

Le vecteur de coordonnées $(-b\,;a)$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $ax + by + c = 0$.

Application : Exercice 2

# II Coefficient directeur et équations réduites

## 1 - Coefficient directeur d'une droite

Théorème :

Une droite $d$ d'équation $ax + by + c = 0$ où $b \neq 0$ possède un vecteur directeur de coordonnées $(1\,; m)$ avec $m = -\frac{a}{b}$.

Définition :

Le nombre $m$ s'appelle **coefficient directeur** de la droite $d$.

Exemple : La droite d'équation $3x + 2y - 11 = 0$ a pour vecteur directeur $(1\,;\ -1{,}5)$. Son coefficient directeur est donc $-1{,}5$.

Application : Exercice 3

## 2 - Equation réduite de droite

Théorème :

Soit une droite $d$ de coefficient directeur $m$. Il existe un unique nombre $p$ tel que l'équation de $d$ s'écrit $y = mx + p$

Définition :

L'équation $y = mx + p$ s'appelle **équation réduite** de la droite $d$.

Propriété :

Le coefficient directeur d'une droite (AB) non parallèle à l'axe des ordonnées est égal à $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Application : Exercice 4

# III Positions relatives de droites

## 1 - Droites parallèles ou sécantes

Théorème :

Soient deux droites $d$ et $d'$ d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$.

Les droites $d$ et $d'$ sont sécantes si, et seulement si, $ab' - a'b \neq 0$

## 2- Droites sécantes et systèmes d'équations

Théorème :

Lorsque deux droites sont sécantes, les coordonnées $(x\,;y)$ de leur point d'intersection sont solutions du système : $\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$

## 3- Droites parallèles

Théorème :

Soient $d$ et $d'$ deux droites d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $ax + by + c' = 0$.

$d$ et $d'$ sont distinctes si, et seulement si, $c \neq c'$

Théorème :

Deux droites sont parallèles (ou confondues) si, et seulement si, leurs coefficients directeurs sont égaux.

Application : Exercice 5