Fonction inverse (Exercices)

Exercice 1

1/ Donner la dérivée des fonctions suivantes :

a/ $f(x) = 3x$ b/ $g(x) = x^2 + 5$

c/ $h(x) = 5x^3 - 3x^2 + 7x + 23$ d/ $i(x) = \frac{x^2}{4} + 3x - 16$

2/ Donner le résultat des opérations suivantes :

a/ Soient $f(x) = 4x^2 + 7x - 8$ et $g(x) = -x^2 - 4$. Calculer $(f+g)'$

b/ Soient $h(x) = x^2 + 2x + 3$. Calculer $(kh)'$ sachant que $k = 3$

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 8x + 1$

1/ Calculer la fonction dérivée de f

2/ Déterminer le signe de f' en fonction de x

3/ Dresser le tableau de variations de f

4/ A l'aide de la calculatrice, représenter graphiquement la fonction f.

Exercice 3

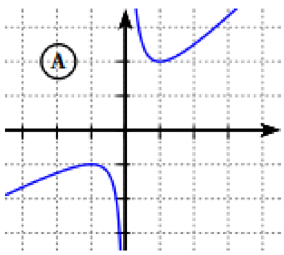
Pour chaque fonction :

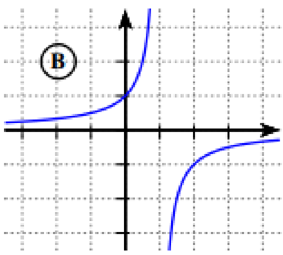
- Calculer la dérivée sur $]-\infty\,;0[\,\cup\,]0\,;\,+\infty[$
- Déterminer le signe de la dérivée en fonction de x
- Dresser le tableau de variation de la fonction

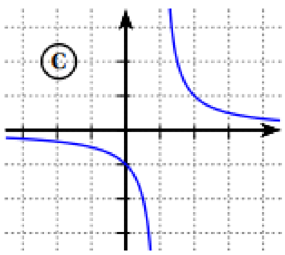
1/ $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 2/ $g(x) = 3x - 2 + \frac{1}{x}$ 3/ $h(x) = x^2 + \frac{1}{x}$

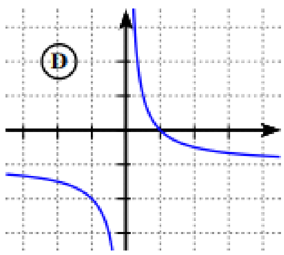
Exercice 4

Sur les graphiques ci-dessous sont représentées quatre fonctions :









1/ $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$ 2/ $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ 3/ $\lim\limits_{x \to 1^+} h(x) = -\infty$ 4/ $\lim\limits_{x \to 1^+} i(x) = +\infty$

a/ Associer chaque fonction à la bonne courbe.

b/ Définir les différentes asymptotes pour chaque graphique.

Exercice 5

On veut tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = 3 - \frac{2}{x}$

1/ Recopier et compléter le tableau de valeur ci-dessous

x	-1000	-500	-100	-50	50	100	500	1000
$g(x)$								

2/Que peut-on en déduire sur le comportement de g en $+\infty$ et $-\infty$?

Exercice 6

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 3 + \frac{1}{x}$

1/ Etudier le sens de variations de la fonction f.

2/ Définir les différentes asymptotes à la courbe représentative de la fonction f.

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $]-\infty\,; 0[\cup]0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = x + \frac{1}{x}$

1/ Calculer $f'(x)$

2/ Montrer que pour tout réel x non nul : $f'(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$

3/ Après avoir étudié le signe de $f'(x)$, dresser le tableau de variations de f.

Exercice 8

Soit g la fonction définie sur $]-\infty\,; 0[\cup]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = 4x + 1 + \frac{9}{x}$

1/ Montrer que pour tout réel x non nul $f'(x) = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}$

2/ Etudier le signe de $f'(x)$ sur $]-\infty\,; 0[\cup]0\,;\,+\infty[$

3/ En déduire les variations de la fonction f sur $]-\infty\,; 0[\cup]0\,;\,+\infty[$

Exercice 9

Soit h la fonction définie sur $]-\infty\,; 0[\cup]0\,;\,+\infty[$ par $h(x) = x + 10 - \frac{1}{x}$

1/ Montrer que pour tout réel x non nul : $h'(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$

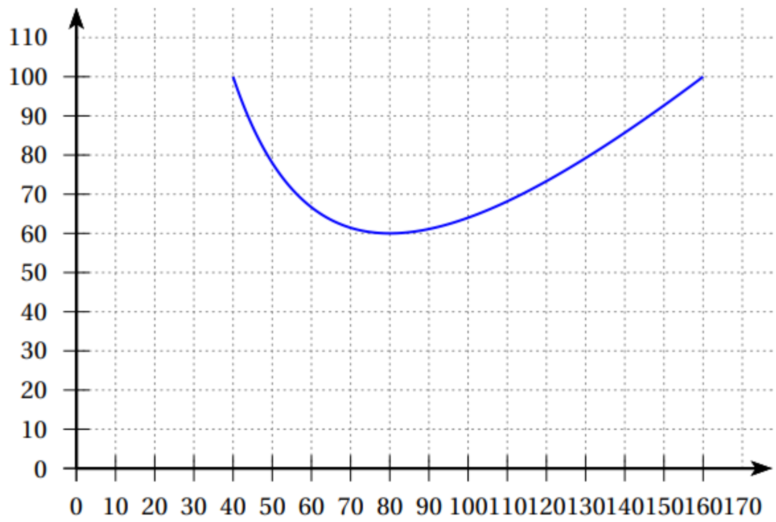
2/ Etudier le signe de $h'(x)$ sur $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$

3/ En déduire les variations de la fonction h sur $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$

Exercice 10

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[40\,;160]$ par $f(x) = x - 100 + \frac{6400}{x}$

La courbe ci-dessous est la représentation graphique de f dans un repère.



1/ Calculer la dérivée f' de f et montrer qu'elle peut s'écrire $f'(x) = \frac{x^2-6400}{x^2}$

2/ Etudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[40\,;160]$

3/ En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $[40\,;160]$

4/ Le coût exprimé en €, de x repas préparés par service dans un restaurant, peut s'écrire, pour $x \in [40\,;\ 160]$: $C(x) = x^2 - 100x + 6400$

Compléter le tableau :

Nombre de repas	40	50	100
Coût de x repas			
Coût moyen d'un repas			

5/ Ecrire le coût moyen d'un repas en fonction du nombre x de repas préparés. On notera ce coût moyen unitaire $C_m(x)$.

6/ Déduire de la question 3 le nombre de repas que ce restaurant doit servir pour que le coût moyen d'un repas soit minimal.

7/ Trouver, à l'aide du graphique, à quel intervalle doit appartenir x pour que le coût moyen unitaire soit inférieur ou égale à 90 €.