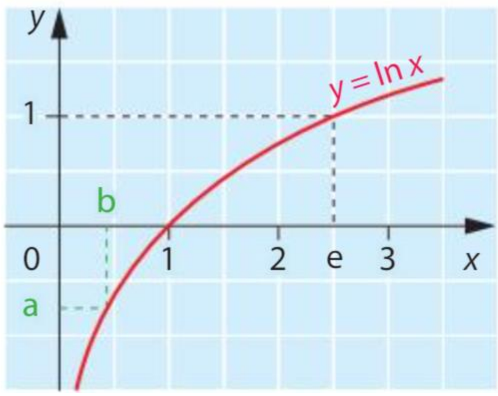
Fonction exponentielle

I Définition et propriétés

La démarche qui nous a permis d'introduire le nombre e dans le chapitre « logarithme népérien » peut être généralisée.

Si sur l'axe des ordonnées on prend un réel a quelconque, alors il existe un nombre réel b tel que $\ln b = a$.



Ainsi pour :

- $a = 1 \rightarrow b = e$.
- $a = 2 \rightarrow b = e^2$.
- $a = 3 \rightarrow b = e^3$.

Définition :

Le nombre b tel que $\ln b = a$ est appelé **exponentielle** de a et est noté e^a.

Définition :

La fonction exponentielle, notée exp, est la fonction qui à tout nombre réel x associe le nombre strictement positif unique y tel que $x = \ln y$

Propriété :

Pour tout nombre réel x et tout nombre réel strictement positif y :

$\boldsymbol{y = e^x}$ **si et seulement si** $\boldsymbol{x = \ln y}$

Remarques :

- Pour tout nombre réel x, $e^x > 0$
- Pour tout nombre réel $x, \ln(e^x) = x$
- Pour tout nombre réel de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, $e^{\ln x} = x$

Propriétés de calcul :

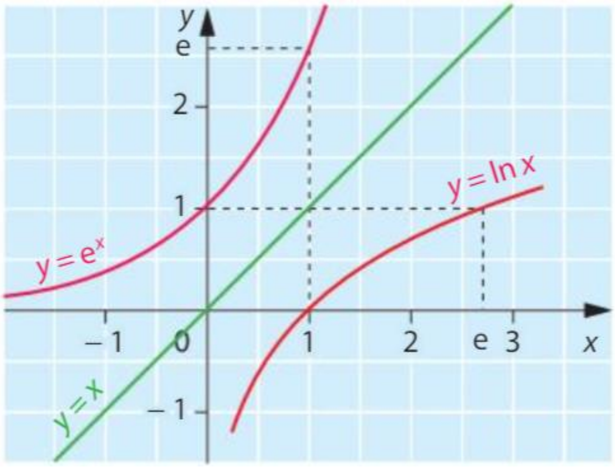
a) $e^0 = 1$ et $e^1 = e$ b) $e^{x+y} = e^x \times e^y$

c) $e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$ d) $(e^x)^n = e^{nx}$, avec n un entier relatif.

Application : Exercice 1

II Représentation graphique

Au niveau graphique, on admet que l'équivalence entre $y = e^x$ et $x = \ln y$ se traduit par la symétrie axiale par rapport à la droite d'équation $y = x$ entre la courbe d'équation $y = e^x$ et la courbe d'équation $y = \ln x$.



Remarque : La fonction exponentielle est **strictement croissante** sur $\mathbb{R}$.