Fonctions affines

I Définitions

Activité découverte :

Voici les tarifs d'entrée pour un stade de football :

Tarif 1 : 8 € l'entrée

Tarif 2 : 4 € l'entrée avec la carte demi-tarif qui coûte 40 €

Tarif 3 : L'abonnement pour la saison qui coûte 92 €

1/ Calculer pour chaque tarif, à l'aide du tableau suivant, la dépense pour 6 entrées, 11 entrées puis 15 entrées. Dans chaque cas, quel est le tarif le plus intéressant ?

x entrées	$x = 6$	$x = 11$	$x = 15$
Tarif 1			
Tarif 2			
Tarif 3			

2/ Soit x le nombre d'entrées. Exprimer en fonction de x la dépense pour la saison pour chaque tarif.

Définition :

Une **fonction affine** f est une fonction définie pour tout réel x par :

$f(x) = ax + b$

Le nombre a est le **coefficient directeur** (ou pente).

Le nombre b est **l'ordonnée à l'origine**.

Propriétés :

Si $a = 0$ alors la fonction est **constante** et s'écrit sous la forme $f(x) = b$

Si $b = 0$ alors la fonction est **linéaire** et s'écrit sous la forme $f(x) = ax$

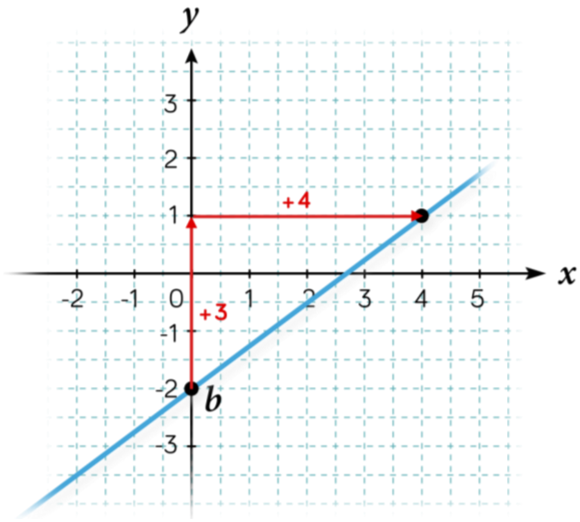
Propriété :

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.

II Déterminer l'équation réduite d'une fonction affine

Méthode : Déterminer graphiquement l'équation de la droite représentative d'une fonction affine

Exemple : Soit f une fonction affine dont la représentation graphique est donnée ci-contre.



- Pour déterminer b, il suffit de regarder le point d'intersection entre la droite et l'axe des ordonnées.
  Ici, $b = -2$
- Pour déterminer a, il faut observer le nombre de carreaux dont on se déplace horizontalement et verticalement pour partir de b et arriver à un point avec des coordonnées « entières ».
  $a = \frac{déplacement\ vertical}{déplacement\ horizontal} = \frac{3}{4}$

Méthode : Déterminer par le calcul l'équation de la droite représentative d'une fonction affine

Définition :

Soient $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$ deux points distincts de la droite représentative d'une fonction affine f telle que $f(x) = ax + b$.

Le coefficient directeur a est égal à : $a = \frac{f(x_B)-f(x_A)}{x_B-x_A} = \frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

Exemple : Soient $A(1\,;2)$ et $B(6\,;8)$ deux points d'une fonction affine f et d sa droite représentative. On veut déterminer par le calcul l'expression de la fonction f.

- On commence par la valeur du coefficient directeur de la fonction f :

$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

$a = \frac{8-2}{6-1}$

$a = \frac{6}{5}$

Donc : $f(x) = \frac{6}{5}x + b$

- On peut ensuite déterminer b en remplaçant x et $f(x)$ dans l'expression de la fonction par les coordonnées d'un point appartenant à la droite d.

$f(x_A) = \frac{6}{5}x_A + b$

$2 = \frac{6}{5} \times 1 + b$

$2 = \frac{6}{5} + b$

$2 - \frac{6}{5} = b$

$\frac{4}{5} = b$

Donc : $f(x) = \frac{6}{5}x + \frac{4}{5}$