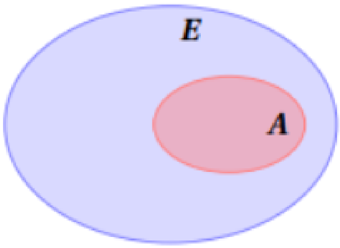
Information chiffrée

Application : Activité découverte

I Proportion et pourcentage

Définition :

Soit E un ensemble de référence non vide et n_E (appelé effectif de E) le nombre d'éléments de E.



Soit A une partie de l'ensemble E et n_A le nombre d'éléments de A

La proportion (notée p) de A dans E est le réel défini par :

$$p = \frac{n_A}{n_E}$$

L'ensemble E représente un effectif de 750 élèves dans un lycée. L'ensemble A représentant les élèves de Seconde est de 150.

La proportion des 2^{nde} dans le lycée (de l'ensemble A dans E) est de :

$$\frac{\mathrm{n_A}}{\mathrm{n_E}} = \frac{150}{750} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}} = \mathbf{0,2}$$

Remarque : Une proportion peut s'exprimer de différentes formes : une fraction ou un nombre décimal comme dans l'exemple ou sous forme de pourcentage en la multipliant par 100 (Ici, $0{,}2 \times 100 = 20\%$).

Propriété :

Pour tout ensemble A contenu dans un ensemble E non vide, on a :

$$0 \leq p \leq 1$$

Application : Exercices 1 et 2

II Pourcentage de pourcentage

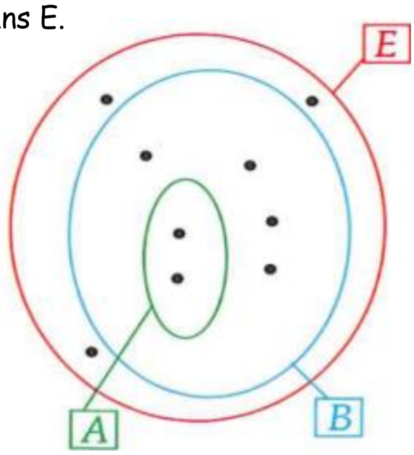
Propriété :

Soit E un ensemble non vide de référence, B une partie non vide de E et A une partie de B.

Si p_1 est la proportion de A dans B, et si p_2 est la proportion de B dans E alors la proportion de A dans E est $p = p_1 \times p_2$

Démonstration

Soit E un ensemble non vide de référence et n_E le nombre d'éléments dans E.



Soit B une partie non vide de E contenant n_B éléments et A une partie non vide de B contenant n_A éléments.

De plus, on sait que $n_E \neq 0$ et $n_B \neq 0$.

Si p_1 est la proportion de A dans B, alors $p_1 = \frac{n_A}{n_B}$,

Si p_2 est la proportion de B dans E, alors $p_2 = \frac{n_B}{n_E}$,

Si p est la proportion de A dans E, alors $p = \frac{n_A}{n_E}$.

Alors $p_1 \times p_2 = \frac{n_A}{n_B} \times \frac{n_B}{n_E} = \frac{n_A \times n_B}{n_B \times n_E} = \frac{n_A}{n_E} = p$

Application : Exercices 3 et 4

III Taux d'évolution

Soit une quantité avec une valeur de départ notée V_D. Cette quantité va varier pour atteindre une valeur d'arrivée notée V_A

1 - Variation absolue et variation relative

Définitions :

La variation absolue ΔV est donnée par $\Delta V = V_A - V_D$

La variation relative (ou taux d'évolution) t est donnée par $t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$

Remarque : Si la quantité augmente, les variations absolue et relative sont positives. Si la quantité diminue, elles sont négatives.

Application : Exercice 5

2 - Coefficient multiplicateur

Propriété :

Soit t le taux d'évolution qui permet à une quantité de passer de V_D à V_A.

On a alors $V_A = (1 + t) \times V_D$

Démonstration

$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} \Leftrightarrow t \times V_D = V_A - V_D \Leftrightarrow t \times V_D + V_D = V_A \Leftrightarrow (t + 1)V_D = V_A$

Définition :

$\mathbf{1+t}$ est appelé **coefficient multiplicateur** associé au taux d'évolution t. On peut le noter CM. Par conséquent, $V_A = CM \times V_D$

Remarques :

- Dans le cas d'une baisse, t est négatif et CM est un réel compris entre 0 et 1.
- Dans le cas d'une augmentation, t est positif et CM est un réel supérieur à 1.

Application : Exercice 6

Résumé du cours

- **La proportion p d'une partie A d'effectif n_A dans un ensemble non vide E d'effectif total n_E est donnée par : $p = \frac{n_A}{n_E}$. Cela permet de :**
  - ✓ calculer une proportion (souvent exprimée en pourcentage)
  - ✓ retrouver l'effectif manquant n_E ou n_A

- **Si l'ensemble A est inclus dans un ensemble non vide B avec une proportion p_1 et B est inclus dans un ensemble non vide E avec une proportion p_2, alors la proportion de A dans E est : $p = p_1 \times p_2$. Cela permet de :**
  - ✓ calculer la proportion d'une sous-population au sein d'une population plus globale.

- **Si une quantité passe d'une valeur non nulle V_D à une valeur V_A, alors la variation absolue est $\Delta V = V_A - V_D$ et la variation relative est $t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$. Cela permet de :**
  - ✓ comparer des évolutions entre elles, en valeur et en pourcentage

- **Faire subir une évolution t (souvent exprimée en pourcentage) à une valeur revient à la multiplier par le coefficient multiplicateur : $CM = 1 + t$. Cela permet de :**
  - ✓ résoudre des problèmes

- **Si un taux d'évolution t permet de passer d'une valeur de départ V_D à une valeur d'arrivée V_A, alors $V_A = CM \times V_D$. Cela permet de :**
  - ✓ calculer la valeur d'arrivée ou bien de retrouver la valeur de départ.