

# Probabilités

## I Vocabulaire

### 1 - Expérience aléatoire

#### Définition :

Une expérience aléatoire est une expérience dont les résultats sont connus sans que l'on puisse les prévoir à l'avance.

Une issue est un résultat possible d'une expérience aléatoire.

L'univers associé à une expérience aléatoire est l'ensemble des résultats possibles. Il est généralement noté  $\Omega$ .

Exemple : L'expérience aléatoire consistant à lancer un dé non truqué à six faces possède six issues : 1, 2, 3, 4, 5 et 6. On note  $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6\}$

Application : Exercice 1

### 2 - Evènements

#### Définition :

Un évènement est un ensemble d'issues (résultats possibles) d'une expérience aléatoire.

Exemple : « Obtenir un chiffre pair » est un évènement regroupant 2, 4, 6 (les trois issues possibles).

Certains évènements sont particuliers. Dans chaque exemple, on prendra l'expérience aléatoire d'un lancer d'un dé non truqué à six faces :

- Un évènement est dit élémentaire lorsqu'il n'est composé que d'une seule issue.  
Exemple : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 1 »
- Un évènement est dit impossible lorsqu'il ne peut pas se réaliser.  
Exemple : « obtenir un 7 »
- Un évènement est dit certain lorsqu'il est obligé de se réaliser.  
Exemple : « obtenir un chiffre inférieur à 10 »
- Deux évènements sont dits incompatibles quand ils ne peuvent pas se réaliser simultanément.  
Exemple : « obtenir un nombre pair » et « obtenir un nombre impair »
- L'évènement complémentaire (ou contraire) d'un évènement A est noté  $\bar{A}$  (se lit A barre). C'est l'évènement qui rassemble toutes les issues qui ne composent pas l'évènement A.  
Exemple : évènement A : « obtenir un 1 » ; évènement  $\bar{A}$  : « ne pas obtenir un 1 »

Application : Exercice 2

### 3- Loi de probabilité

#### Définition :

Définir une loi de probabilité d'une expérience aléatoire dont l'univers est  $\Omega = \{x_1 ; x_2 ; x_3 \dots x_n\}$  consiste à attribuer à chacune des issues, un nombre positif ou nul, appelé **probabilité**, tel que  $p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_n = 1$ .

#### Propriété :

La probabilité d'un évènement A est  $P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à A}}{\text{nombre total d'issues}}$

Exemple : On lance un dé dodécaédrique non truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 12 et on s'intéresse au nombre obtenu.

Déterminer la loi de probabilité associée à cette expérience.

#### Méthode :

- On détermine l'univers associé à l'expérience aléatoire  
L'univers associé à cette expérience aléatoire est  $\Omega = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12\}$
- On énonce la loi de probabilité dans un tableau :

Issue	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilité	$\frac{1}{12}$											

Remarque : Lorsque chaque issue d'une expérience aléatoire a la même probabilité de se produire, on dit que la situation est équiprobable, ou qu'il y a **équiprobabilité** (comme dans l'exemple précédent).

Application : Exercice 3

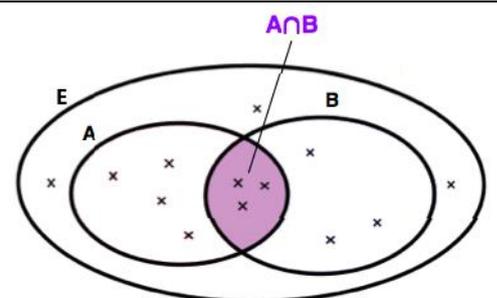
## II Intersections et réunions

### 1- Intersection

#### Définition :

L'**intersection** d'un évènement A et d'un évènement B est la totalité des issues qui réalisent à la fois A **ET** B (les deux à la fois).

Elle est notée  $A \cap B$  et se lit A inter B.



Exemple : Dans un jeu de 32 cartes, si l'évènement A est « la carte tirée est un pique » et l'évènement B est « la carte tirée est un As » alors  $A \cap B$  est « la carte tirée est l'As de pique »

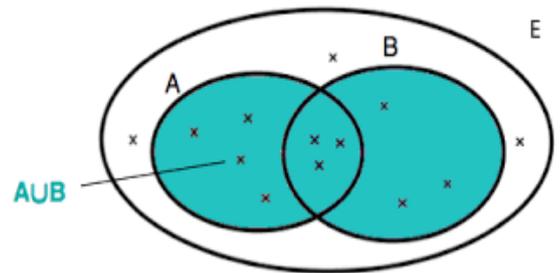
Remarque : Si les deux évènements sont incompatibles, alors l'intersection de A et de B n'existe pas.  
Par conséquent  $P(A \cap B) = 0$ .

## 2- Réunion

**Définition :**

La **réunion** d'un évènement A et d'un évènement B est la totalité des issues qui réalisent à la fois A **OU** B (au moins l'un des deux).

Elle est notée  $A \cup B$  et se lit A union B.



Exemple : Dans un jeu de 32 cartes, si l'évènement A est « la carte tirée est un pique » et l'évènement B est « la carte tirée est un As » alors  $A \cup B$  est « la carte tirée est un pique ou un As ». On peut donc tirer n'importe quel pique ou n'importe quel As.

**Propriété :**

Pour calculer la probabilité de la réunion d'un évènement A et d'un évènement B, on applique la formule :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Remarque : Si les deux évènements sont incompatibles, alors l'intersection de A et de B n'existe pas.  
Par conséquent  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

Application : Exercice 4

## 3- Evènement complémentaire

**Propriété :**

Pour tout évènement A, on a  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Exemple : A un carrefour, on a constaté que la probabilité qu'un feu soit vert est de 0,512. Ainsi la probabilité que le feu ne soit pas vert est  $1 - 0,512 = 0,488$ .

Application : Exercice 5