Tableaux croisés

I Rappels sur les probabilités

1- Définition

Définition :

Une expérience est aléatoire lorsqu'on ne peut pas prévoir à l'avance son résultat, appelé issue de l'expérience.

L'ensemble des issues possibles d'une expérience aléatoire est appelé univers, généralement noté Ω

Un évènement est un ensemble d'issues réalisant cet évènement.

Propriété :

La probabilité d'un évènement A est $P(A) = \frac{nombre\ d'issues\ favorables\ à\ A}{nombre\ total\ d'issues} = \frac{Effectif\ réalisant\ A}{Effectif\ total} = \frac{n_A}{n_{total}}$

Une probabilité est un nombre réel compris entre 0 et 1.

2- Réunion et intersection

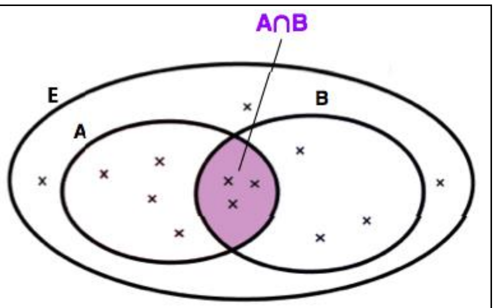
On considère deux sous-populations A et B d'une même population E.

L'intersection de A et de B est la sous-population des individus qui appartiennent à la sous-population A ET à la sous-population B.

Elle est notée $A \cap B$ et se lit A inter B.

La proportion de cette intersection est égale à :

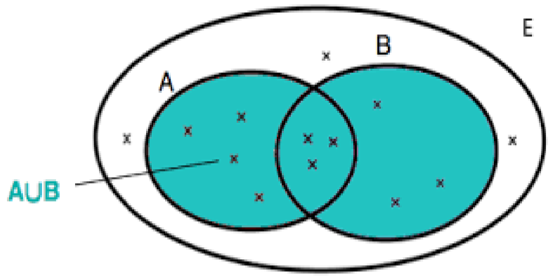
$P(A \cap B) = \frac{Effectif\ de\ A\cap B}{Effectif\ total} = \frac{n_{A\cap B}}{n_E}$



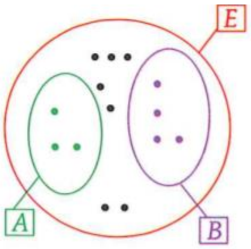
La réunion de A et de B est la sous-population des individus qui appartiennent à la sous-population A OU à la sous-population B. Elle est notée $A \cup B$ et se lit A union B.

La proportion de cette réunion est égale à :

$P_{A\cup B} = P_A + P_B - P_{A\cap B}$



3- Sous-populations disjointes



Deux sous-populations A et B d'une même population E, sont dites disjointes lorsqu'elles n'ont aucun individu en commun, c'est-à-dire quand $A \cap B = \emptyset$ et par conséquent quand $P_{A \cap B} = 0$

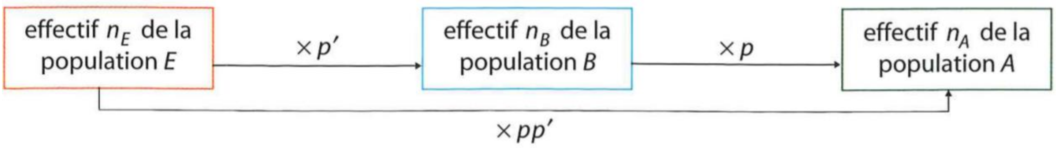
Application : Exercice 1

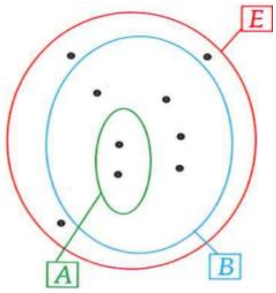
II Inclusions successives

Définition :

Si p est la proportion d'une population A dans une population B et p' celle de B dans une population E, alors la proportion P de A dans E est $P = pp'$

On peut représenter la situation par ce schéma :





Application : Exercice 2

III Tableaux croisés

1- Cardinal

Définition :

Soient A et B deux variables étudiées sur une même population. On peut croiser ces deux variables à l'aide d'un tableau croisé.

Dans chaque case, on retrouve le cardinal du caractère concerné, c'est-à-dire le nombre d'éléments de ce caractère.

Exemple : On étudie les employés d'une entreprise selon leur sexe et leur fonction

	Hommes	Femmes	Total
Cadres	56	48	104
Ouvriers	102	94	196
Total	158	142	300

2- Fréquences marginales

Définition :

Les **fréquences (ou probabilités) marginales** de la variable A sont les fréquences de chaque caractère. Elles sont égales à l'effectif de ce caractère sur l'effectif total.

Elle se note $f(A)$ ou $P(A)$

Exemple : On cherche la fréquence des hommes dans l'entreprise

	Hommes	Femmes	Total
Cadres	56	48	104
Ouvriers	102	94	196
Total	158	142	300

La fréquence marginale des hommes et donc de $\frac{158}{300} \approx 52{,}7\ \%$

Elle correspond à la probabilité d'être un homme dans cette société.

3- Fréquences conditionnelles

Définition :

On appelle **fréquence (ou probabilité) conditionnelle** de A sachant B (ou parmi B), la probabilité que A soit réalisé quand B est réalisé. Elle se note $f_B(A)$ ou $P_B(A)$ et est égale à :

$$P_B(A) = \frac{Card(A \cap B)}{Card(B)}$$

Exemple : On cherche la fréquence des femmes parmi les cadres dans l'entreprise

	Hommes	Femmes	Total
Cadres	56	48	104
Ouvriers	102	94	196
Total	158	142	300

La fréquence marginale des hommes et donc de $\frac{48}{104} \approx 46{,}2\ \%$

Elle correspond à la probabilité d'être une femme parmi les cadres dans cette société.

Application : Exercice 3