Corrigé BTS Polynésie
mai 2021 - Comptabilité et gestion [1]

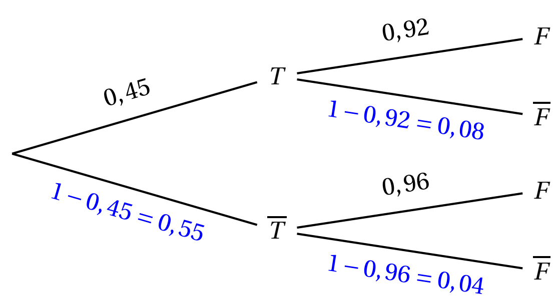
Exercice 1 — 11 points

On s'intéresse à une entreprise spécialisée dans la fabrication de masques.

Partie A

L'entreprise fabrique des masques en tissu et d'autres en fibre. Pour des raisons de fiabilité, l'entreprise procède à des tests.
45 % des masques fabriqués sont en tissu.
Parmi les masques en tissu, 92 % ont réussi les tests.
Parmi les masques en fibre, 96 % ont réussi les tests.
Un client commande un masque sur le site de l'entreprise. On note les évènements :
– T « Le masque commandé par le client est en tissu »,
– F « Le masque commandé par le client a réussi les tests de fiabilité ».

1. 45 % des masques fabriqués sont en tissu donc $P(T) = 0,45$.
   Parmi les masques en tissu, 92 % ont réussi les tests donc $P_T(F) = 0,92$.
2. On réalise un arbre de probabilité représentant la situation.



3. $P(T\cap F) = P(T)\times P_T(F) = 0,45\times 0,92 = 0,414$
   La probabilité que le masque soit en tissu et ayant réussi le test de fiabilité est 0,414. Autrement dit, le pourcentage de masques en tissu ayant réussi le test de fiabilité est de 41,4 %.
4. D'après la formule des probabilités totales :
   $P(F) = P(T\cap F) + P\left(\overline{T}\cap F\right) = 0,414 + 0,55\times 0,96 = 0,942$
5. Sachant que le masque choisi a réussi les tests de fiabilité, la probabilité que ce masque soit en tissu est : $P_F(T) = \dfrac{P(F\cap T)}{P(F)} = \dfrac{0,414}{0,942} \approx 0,439$.

Partie B

Un magasin commande en début de mois 120 masques en tissu. On considère la variable aléatoire X qui à tout prélèvement de 120 masques associe le nombre de masques en tissu ayant un défaut.
On considère que la probabilité d'avoir un défaut est de 0,08.
Le stock est assez important pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

1. Candidats libres ou établissement privé hors contrat

1. La variable aléatoire X associe, à tout prélèvement de 120 masques, le nombre de masques en tissu ayant un défaut ; il y a donc deux états pour un masque : il a un défaut, avec la probabilité $p = 0,08$, ou il n'en a pas, avec la probabilité $1 - p = 0,92$.

   Le stock est assez important pour assimiler ce prélèvement de 120 masques à un tirage avec remise ; il s'agit donc d'une répétition de 120 prélèvements se déroulant dans les mêmes conditions.

   Donc la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 120$ et $p = 0,08$.
2. La probabilité pour que, dans le lot reçu par le magasin, il y ait exactement cinq masques en tissu ayant un défaut est : $P(X = 5) = \binom{120}{5} \times 0,08^5 \times (1 - 0,08)^{120-5} \approx 0,043$.
3. La probabilité pour que le lot reçu par le magasin contienne au moins dix masques en tissu ayant un défaut est : $P(X \geqslant 10) = 1 - P(X \leqslant 9) \approx 1 - 0,5056 \approx 0,494$

Partie C

Le nombre de masques en fibre vendus par mois par l'entreprise peut être modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale de moyenne $\mu = 260$ et d'écart type $\sigma = 10$.

1. $P(240 \leqslant Y \leqslant 280) = P(260 - 2 \times 10 \leqslant Y \leqslant 260 + 2 \times 10) = P(\mu - 2\sigma \leqslant Y \leqslant \mu + 2\sigma) \approx 0,954$ d'après le cours.

   On peut donc dire que chaque mois, il y a 95,4 % de chance de vendre entre 240 et 280 masques en fibre.
2. Pour des raisons de symétrie :
   $P(Y \leqslant 240) = P(Y \leqslant \mu - 2\sigma) = P(Y \geqslant \mu + 2\sigma) = P(Y \geqslant 280)$.
   De plus $P(Y \leqslant 240) + P(240 \leqslant Y \leqslant 280) + P(Y \geqslant 280) = 1$.
   On en déduit que $P(Y \leqslant 240) = \dfrac{1 - P(240 \leqslant Y \leqslant 280)}{2} \approx \dfrac{1 - 0,954}{2} = 0,023$.

Exercice 2 — 9 points

Le tableau suivant donne le nombre d'adhérents d'un club d'escrime pour les années 2011 à 2017.

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Rang	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'adhérents	76	95	120	146	167	192	218

Partie A

1. Le taux global d'évolution en pourcentage du nombre d'adhérents entre les années 2011 et 2017 est : $\dfrac{218 - 76}{76} \times 100 \approx 186,8$.
2. Le coefficient multiplicateur entre 2011 et 2017 est de $1 + \dfrac{186,8}{100} = 2,868$.

   Entre 2011 et 2017 il y a 6 années, donc le coefficient multiplicateur moyen annuel est égal à : $2,868^{\frac{1}{6}} \approx 1,192$, ce qui correspond à une augmentation annuelle de 19,2 %.
3. On suppose que le nombre d'adhérents, après 2017, augmente de 19 % par an jusqu'en 2023.
   Soit la suite (u_n) telle que u_n représente le nombre d'adhérents de ce club en $(2017 + n)$, on a $u_0 = 218$.

a. $218 \times \left(1 + \dfrac{19}{100}\right) \approx 259,4$ donc $u_1 = 259$.

$259 \times \left(1 + \dfrac{19}{100}\right) \approx 308,2$ donc $u_2 = 308$.

b. Ajouter 19 % c'est multiplier par $1 + \dfrac{19}{100} = 1,19$; donc la suite (u_n) est géométrique de raison $1,19$ et de premier terme $u_0 = 218$.

c. La suite (u_n) est géométrique de raison $q = 1,19$ et de premier terme $u_0 = 218$ donc, pour tout n, on a : $u_n = u_0 \times q^n = 218 \times 1,19^n$.

d. L'année 2023 correspond à $n = 6$.

$218 \times 1,19^6 \approx 619,1$ donc $u_6 = 619$

Selon ce modèle, on peut estimer à 619 le nombre d'adhérents en 2023.

Partie B

On cherche à étudier l'évolution du nombre y d'adhérents en fonction du rang x de l'année.

1. Le coefficient de corrélation linéaire r de la série $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$, arrondi à 0,001 près, est $0,999$.
   Le coefficient r est très proche de 1 donc ce résultat permet d'envisager un ajustement affine.
2. Une équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés à la calculatrice est : $y = 23,8x + 49,6$.
   Les coefficients ont été arrondis à $0,1$ près.
3. On décide d'ajuster ce nuage de points par la droite d'équation : $y = 24x + 50$.
   Selon ce modèle :

   a. Une estimation du nombre d'adhérents en 2023 est la valeur de y correspondant à $x = 13$ soit : $24 \times 13 + 50 = 362$.

   b. Le club aura plus de 600 adhérents pour x entier tel que $y > 600$.

   $y > 600 \iff 24x + 50 > 600 \iff 24x > 550 \iff x > \dfrac{550}{24}$ donc $x = 23$

   Selon ce modèle, c'est donc en 2033 que le club aura plus de 600 adhérents.